

Álgebra

Laura S Casillas Serna

Jueves 14 de abril de 2011

Expresiones algebraicas

Al combinar variables con operaciones obtenemos expresiones algebraicas, por ejemplo:

$$2x + 4x, xy, \frac{x}{2}$$

son expresiones algebraicas. En una expresión algebraica, las variables representan números, y por ello se debe aplicar las mismas reglas que se utilizan al hacer operaciones con los números.

Para resolver algunos problemas utilizando algebra, lo primero que se debe hacer es traducir el problema del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico, por ejemplo:

Traducir del lenguaje común al algebraico:

La mitad de un número $\frac{x}{2}$ o también $\frac{1}{2}x$

El producto de dos números: xy

El producto de dos números consecutivos: $(x)(x+1)$

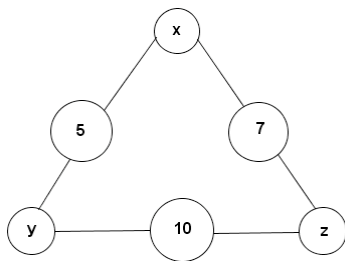
El cuadrado de la suma de dos números: $(x + y)^2$

Toño es 5 años mayor que Roberto: $T = R + 5$

Ejercicios: Escribe la expresión o expresiones algebraicas que corresponda a cada ejercicio

1. En una jaula hay un total de 14 ojos y 22 patas. ¿Cuántos cochinos y palomas hay?
2. Los lados iguales de un triángulo isósceles exceden en 2 cm a la base. Si su perímetro es 34, calcula la longitud de cada lado.
3. La suma de cinco números, de los cuales cada uno es el doble del anterior, es 62. ¿Cuál es el mayor de los cinco?
4. Un terreno rectangular de 26 pies por 30 pies está rodeado por una banqueta de ancho uniforme. Si el área de la banqueta es de 2400 pies cuadrados, ¿cuál es su ancho?
5. Se dispone de dos bombas a fin de llenar un tanque para almacenar gasolina. La bomba A, sola, puede hacerlo en tres horas y la bomba B, en cuatro. Si se usan al mismo tiempo, ¿cuánto tardarán en llenar el tanque?

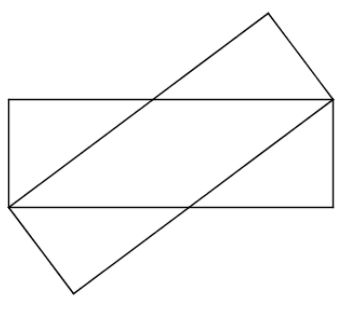
6. Un estudiante de álgebra obtiene notas de 75, 82, 71 y 84 en exámenes. ¿Qué calificación en su siguiente prueba elevará su promedio a 80?
7. Un fabricante de latas desea construir una lata cilíndrica circular recta de 20 cm de altura y volumen de 3000 cm cúbicos. Encontrar el radio interior de la lata.
8. Para encontrar el valor de un artículo deportivo se debe multiplicar el valor del artículo por su mismo valor disminuido en ocho, y esto dará como resultado 48. Encuentre el valor del artículo.
9. La cantidad de dinero que tiene Manuel y Erika suman \$45; la diferencia de lo que tiene Manuel con el doble de lo que tiene Erika da \$21. ¿Cuánto tiene cada uno?
10. Los números en los círculos grandes son la suma de los números que están en los círculos pequeños adyacentes a él. ¿Cuál es la suma de los números en los círculos pequeños?



11. Marcos abrió su alcancía y vio que había monedas de cinco y diez pesos. Si eran 72 monedas en total y además sus ahorros ascendían a 495 pesos, ¿cuántas monedas de cinco monedas de cinco pesos había en la alcancía?
12. Pedro y Luis suben caminando por una escalera mecánica en movimiento. Cuando Pedro llega arriba ha subido 21 escalones, mientras que Luis, quien camina con una velocidad que es el doble de la de Pedro, ha subido 28. ¿Cuántos escalones tiene la escalera en reposo?
13. La diferencia de edades entre Juan y Pedro es la misma que la diferencia de edades entre Pedro y Luis, pero sabemos que Juan es mayor que Pedro y Pedro es mayor que Luis. Hace 5 años la edad de Juan era el doble que la diferencia de edades que hay entre él y Pedro. ¿Qué edad tiene Luis? (Martes 11 de marzo 2003)
14. ¿Cuántos números positivos de dos dígitos existen tales que la diferencia entre el número y el producto de sus dígitos sea 12? (lunes 17 marzo 2003)

15. La edad actual de Lorena es el doble que la de Ana. Dentro de 3 años la suma de sus edades será de 42 años. ¿Qué edad tiene Lorena? (Jueves 10 abril 2003)

16. Dos rectángulos congruentes de lados 3 cm y 9 cm se han encimado como se muestra en la siguiente figura. ¿Cuál es el área común de los rectángulos? (martes 6 de mayo 2003)

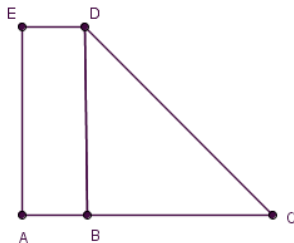


17. En cinco días cuatro vacas negras y tres cafés dan tanta leche como tres vacas negras y cinco cafés dan en cuatro días. ¿Cuáles vacas dan más leche, las negras o las cafés? (Lunes 9 de junio 2003)

18. Si multiplicamos un número dado por 4 y después restamos 12, obtenemos un número que es dos veces más grande que si primero le restamos 12 al número dado y luego multiplicamos por 4. ¿Cuál es la suma de las cifras del número? (miércoles 13 agosto, 2003)

19. Ana compró un libro de cuentos, una novela y un diccionario por \$113. Si hubiera comprado sólo el libro de cuentos y el diccionario habría pagado \$81. Si hubiera comprado sólo la novela y el diccionario habría pagado \$87. ¿Cuánto pagó por el diccionario? (jueves 5 feb, 2009)

20. Si AB es la mitad de BD, ACDE tiene 30 cm de perímetro, ABDE es un rectángulo y $CD = 10$ cm, ¿cuál es el perímetro de BCD? (lunes 27, abril 2009)



21. Juan le dice a María: "Si yo te diera la cuarta parte de lo que tengo, tú tendrías la mitad de lo que me quedaría". María le responde: "si yo te diera

\$5, me quedaría con la mitad de lo que tengo". ¿Cuánto dinero tienen entre los dos?(Lunes 1 junio, 2009).

22. En un templo había 100 monjes entre viejos y jóvenes. Cada día entre todos se comían 100 panes. Si cada monje viejo comía 3 panes y entre cada 3 monjes jóvenes se comían 1 pan, ¿cuántos monjes jóvenes y cuántos monjes viejos hay? (Martes 18 agosto, 2009)
23. Encuentra 5 enteros positivos consecutivos con la siguiente propiedad: la suma de los cuadrados de los dos números más grandes es igual a la suma de los cuadrados de los otros tres números. (Martes 1 sept 2009)
24. ¿cuántos enteros positivos de 3 dígitos satisfacen que al dividirse entre la suma de sus dígitos se obtiene 19? (jueves 10, sept)

Soluciones:

1. c = cochinos

p = palomas

el sistema que daría solución al problema serían las siguientes expresiones algebraicas:

$$2c + 2p = 14$$

$$4c + 2p = 22$$

2. b = representa la base del triángulo isósceles

$$P = \text{perímetro} = 34$$

Los lados iguales son dos unidades mas grandes que la base, entonces: $b+2$ es la longitud de cada uno de ellos.

$$2(b+2) + b = 34$$

3. Los cinco números representados algebraicamente son: $x, 2x, 4x, 8x, 16x$, la expresión que representa la suma de ellos es:

$$x + 2x + 4x + 8x + 16x = 62$$

4. Área del terreno: $A = (26)(30) = 780$ pies cuadrados

Restando al área total, el área del terreno para que sólo quede el área de la banqueta $A(\text{banqueta}) = 2400 - 780 = 1620 \text{pies}^2$

$$\text{El área de la banqueta: } 4x^2 + 2(26x) + 2(30x) = 1620 \text{pies}^2$$

$$\text{Simplificando la expresión: } 4x^2 + 112x - 1620 = 0$$

5. $T =$ tiempo que tardarán ambas bombas en llenar el tanque

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{1}{t}$$

6. $\frac{75+82+71+84+x}{5} = 80$

7. $h =$ altura = 20cm

$$V = \text{volumen} = 300 \text{cm}^3$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^2 h$$

Sustituyendo:

$$300 = \frac{4}{3} \pi r^2 (20)$$

8. x = valor de un artículo deportivo

$$x(x-8)=48$$

9. m = cantidad de dinero de Manuel

e = cantidad de dinero de Érika

$$m + e = 45$$

$$m - 2e = 21$$

10. El sistema de ecuaciones es

$$y + x = 5$$

$$y + z = 10$$

$$x + z = 7$$

11. c = monedas de cinco pesos

d = monedas de diez pesos

$$c + d = 72$$

$$5c + 10d = 495$$

12. x = número de escalones de la escalera

t = tiempo que transcurre en subir de un escalón a otro

como Pedro sube 21 escalones caminando, llega arriba en el tiempo $(x-21)t$ y

el tiempo que utiliza Pedro para subir cada escalón es: $\frac{(x-21)t}{21}$

similarmente, el tiempo que utiliza Juan para subir cada escalón: $\frac{(x-28)t}{28}$

como la velocidad que emplea Luis es el doble de la de Pedro para determinar cuántos escalones tiene la escalera:

$$\frac{(x - 21)t}{21} = 2 \frac{(x - 28)t}{28}$$

13. J= edad de Juan

P = edad de Pedro

L= edad de Luis

Juan > Pedro > Luis

J - P = P - L

J - 5 = 2(J - P)

14. Un número positivo de dos dígitos: ab

El número de dos dígitos se puede representar como: $ab = 10a + b$

Entonces: $10a + b - (a)(b) = 12$

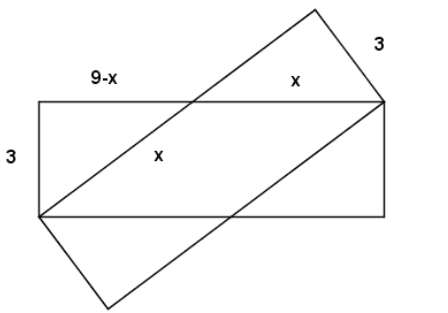
15. L = edad de Lorena

A= edad de Ana

L = 2A

L + 3 + A + 3 = 42

16. La parte no común consta de 4 triángulos rectángulos congruentes:



Por teorema de Pitágoras: $x^2 = (9 - x)^2 + 3^2$, para calcular el área común $A=3x$.

17. n = cantidad de leche diaria que dan las vacas negras

c = cantidad de leche diaria que dan las vacas cafés

$$5(4n + 3c) = 4(3n + 5c)$$

18. x = número

$$4x - 12 = 2(4(x - 12))$$

19. c = costo del cuento

d = costo del diccionario

n = costo de la novela

$$c + d + n = 113$$

$$c + d = 81$$

$$n + d = 87$$

20. x es la longitud del lado AB y y es la longitud de BC, entonces $BD=2x$

el perímetro de ACDE es: $4x + y + 10 = 30$

aplicando teorema de Pitágoras en el triángulo BCD:

$$(2x)^2 + y^2 = 10$$

21. La afirmación de María implica que ella tiene \$10. Si x = dinero que tiene Juan

$$10 + \frac{x}{4} = \frac{x - \frac{x}{4}}{2}$$

22. x = número de monjes jóvenes

y = número de monjes viejos

$$x + y = 100$$

$$\frac{x}{3} + 3y = 100$$

23. Sean $x - 2, x - 1, x, x + 1, x + 2$, los cinco enteros positivos consecutivos.

$$(x + 1)^2 + (x + 2)^2 = x^2 + (x - 1)^2 + (x - 2)^2$$

24. Sea abc el número de tres dígitos, el cual también se puede representar como:

$$abc = 100a + 10b + c$$

Entonces la expresión sería: $\frac{100a+10b+c}{a+b+c} = 19$

Referencias bibliográficas:

- **Calendario Matemático**, un reto diario; 2003

- **Calendario Matemático**, un reto diario; 2009

- **Álgebra**.

Elena de Oteyza, Carlos Hernández Garcíadiego, Emma Lam Osnaya

Ed Pearson Educación