ELIMINATORIA PROFESORES, 2 de abril de 2011

Solución

1.- Una fábrica de ropa decide el color de sus playeras según el siguiente criterio: Por cada playera roja, se hacen tres playeras azules; por cada ocho playeras azules, se fabrican 3 negras; por cada playera negra se producen 8 playeras blancas; y por cada 3 blancas se hacen dos playeras rosas. ¿Cuántas playeras rosas se hacen por cada 2011 playeras rojas?

Con base al texto expresamos el problema en forma de ecuaciones sencillas que resolveremos, en este ejemplo por el método de suma y resta, obteniendo=

$1r = 3a$	(8)	=	$8r = 24a$	$\therefore 8r = 9n$	$8r = 48s$
$8a = 3n$	(3)	=	$24a = 9n$		
$1n = 8b$	(3)	=	$3n = 24b$	$\therefore 3n = 16s$	$r = 6s$
$3b = 2s$	(8)	=	$24b = 16s$	$9n = 48s$	

Donde: r=roja, a=azul, n=negra, b=blanca y s=rosa

Al aplicar la regla de tres, tenemos que por cada 2011 playeras rojas, se fabrican 6*2011=12066 playeras rosas. (Respuesta D.)

Otra solución:
Cada enunciado se puede escribir en forma de razón y así obtener un factor de conversión.

$$\frac{1rj}{3a}\cdot\frac{8a}{3n}\cdot\frac{1n}{8b}\cdot\frac{3b}{2rs}=\frac{1rj}{6rs}$$

Con esa razón se plantea la siguiente proporción:

$$\frac{1rj}{6rs}=\frac{2001rj}{xrs}\therefore son\ 12066$$ playeras rosas

2.- ¿Cuántos rectángulos (incluidos los cuadrados) cuyos lados tengan valores enteros y un área igual a 2011 existen? (No se cuentan los giros ni reflexiones del rectángulo)

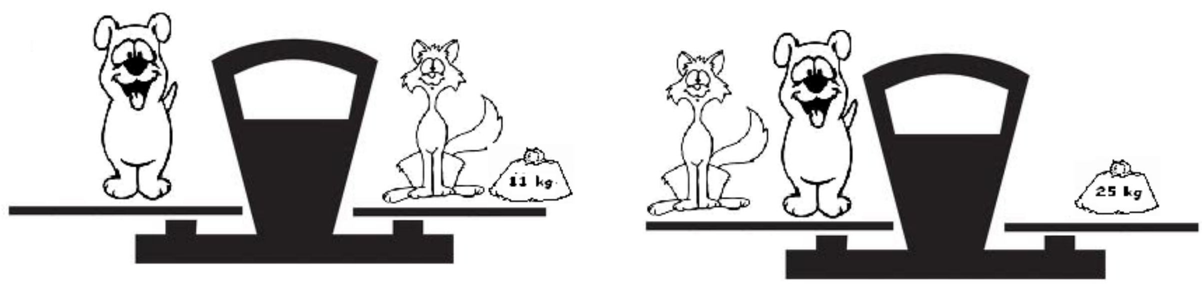
Para resolverlo podemos comprobar que el número 2011 es primo, esto se vuelve sencillo aplicando los criterios de divisibilidad de los números primos comprendidos entre el 1 y el 44 (porque 44.84 es la raíz cuadrada de 2011) al número 2011. Como 2011 es primo, entonces solo hay un rectángulo posible, es decir el que mide 2011*1=2011. (Respuesta A.)

3.- ¿Cuál es la suma de las cuatro cifras faltantes en la siguiente multiplicación?

$$\begin{array}{r} 7\ \_\ \_ \\ \times\quad 3 \\ \hline \_\ \_\ 1\ 5 \end{array}$$

La cifra de las unidades de 3B es5, por lo cual B=5.
Las cifras de las unidades 3A+1=1, A=0.
Por último, como 3x7=<u>CD</u>, <u>CD</u>=21, por lo tanto C=2 y D=1.
Por lo tanto la suma de las cifras faltantes es A+B+C+D=0+5+2+1=8.

4.- En la primera imagen se puede observar que el perro pesa lo mismo que el gato y 11 kilogramos más, y en la segunda figura, que el gato y perro juntos pesan 25 kilogramos. Si el perro triplicara su peso, ¿cuánto pesarían el perro y el gato juntos?

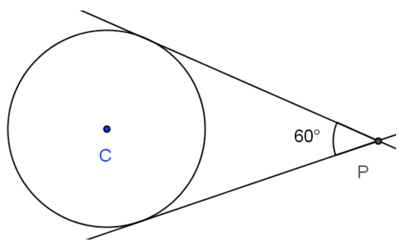


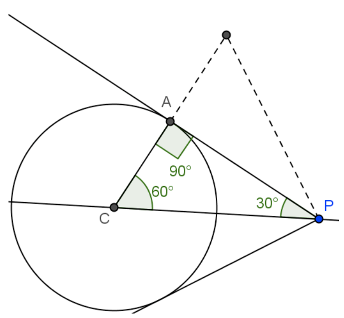
Si p es lo que pesa el perro, y g lo que pesa el gato tenemos las siguientes ecuaciones:

La primera figuras quedarían representadas por la ecuaciones p=g+11, p+g=25 respectivamente.

La segunda ecuación es equivalente a 2p+2g=50, que al sumarla con la primera ecuación se obtiene 3p+2g=g+61, por lo cual 3p+g=61.

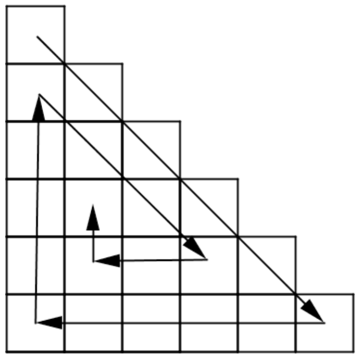
5.- En la siguiente figura, C es el centro de la circunferencia, la cual tiene radio 1. Las rectas pasan por el punto P y son tangentes a la circunferencia. Si las rectas se cortaran formando un ángulo de 60º, ¿cuál sería la distancia del punto P al punto C?





Llamemos A a un punto de tangencia. Tracemos el triángulo PAC. Los ángulos de ese triángulo son 30º, 60º y 90º, por lo cual “es la mitad” de un triángulo equilátero. Como el radio es la mitad de un lado, y PC es un lado de triángulo, tenemos que el segmento PC mide 2.

6.- Estás en la esquina superior izquierda de una figura como la que se muestra, y la recorres como lo indican las flechas. La figura que se muestra tiene 6 cuadrados en su base y termina el recorrido en el renglón 4, columna 2, y la suma de estos dos números es 6. Si la base tuviera 25 cuadrados, ¿cuál sería la suma del número del reglón con el número de la columna de la casilla donde terminó el recorrido?



Cuando va a empezar la vuelta k, se encuentra en el renglón 2k-1, y columna k, y el último renglón que tiene casillas vacías es el 26-k. Por lo cual, 2k-1<=26-k, resolviendo la desigualdad obtenemos que k<=9.

Si k=9, se encuentra en el renglón 17, y columna 9, y el último renglón que tiene casillas vacías es el 17, por lo cual ya no se puede avanzar. Por lo tanto el resultado es 17+9=26.

7.- Se sabe que la diferencia de los cuadrados de dos números es igual a la suma de ambos multiplicados por su resta. ¿Cuánto vale $1^2-2^2+3^2-4^2+5^2-...+55^2$?

$$1^2-2^2+3^2-4^2+5^2-...+55^2=1^2+3^2-2^2+5^2-4^2+...+55^2-54^2$$

$$1^2+(3-2)(3+2)+(5-4)(5+4)+...+(55-54)(54+55)$$

$$1+2+3+...+54+55=1540$$

8.- En un grupo de clases hay 10 niños. ¿Cuál es la probabilidad de que un día normal de clase falte exactamente un niño? (Se sabe que se pueden hacer 1024 grupos formados por algunos de estos 10 niños).

Hay 10 maneras diferentes de tener grupos de 1 alumno por lo tanto la probabilidad de que falte exactamente un alumno es $\frac{10}{1024}$ =5/512

9.- ¿Cuántos números pares hay entre 1 y 2011 (inclusive) tales que la mitad de ese número más 1 también es par?

Hay 1005 números pares entre 1 y 2011 inclusive, que son 2(1), 2(2),... 2(1005), entonces su mitades son respectivamente 1,2,...1005. Para que esa mitad más 1 sea par entonces la mitad debe ser impar. Entre 1 y 1005 hay 503 números impares.

10.- Ana, Toño y Nacho estaban platicando, cada uno dijo lo siguiente:

Ana dijo: "Yo nunca digo mentiras"
Toño dijo: "Al menos dos de nosotros están mintiendo"
Nacho dijo: "Exactamente una persona está mintiendo"
Oscar dijo: "Todos decimos algo cierto"
¿Ana dice la verdad o mentiras?

Si Óscar dijera la verdad entonces Nacho estaría diciendo la verdad y habría alguien mintiendo, lo cual contradice lo que dijo Óscar. Entonces Óscar dice mentiras. Luego si Nacho dijera la verdad, entonces nadie más que Óscar estaría mintiendo, entonces Toño estaría diciendo la verdad, entonces al menos dos personas estarían mintiendo, contradiciendo lo que dijo Nacho. Entonces Nacho está diciendo mentiras. Luego Nacho y Óscar ya están diciendo mentiras, entonces Toño independientemente de qué diga Ana está diciendo una verdad. Luego lo que diga Ana ya no afecta a los otros tres. Sólo hay que ver que lo que diga Ana no se contradiga por sí solo, pero es fácil ver que no. Entonces Ana puede estar diciendo verdad o mentira, cualquiera de las dos, entonces no se puede saber

11.- Si $a \times b = 12$ y $a + b = 5$, ¿cuánto vale $a^2 + b^2$?

Elevando $(a+b)^2 = 25$ y restándole 2a b = 24 nos queda $a^2 + 2ab + b^2 - 2ab = 25 - 24 = 1$ entonces $a^2 + b^2 = 1$

12.- ¿Cuánto vale $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - \cdots + 2011$?

$$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - \cdots + 2011 = (1-2) + (3-4) + \cdots + (2009 - 2010) + 2011$$

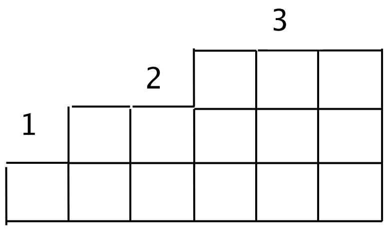
Hay 1005 sumandos -1 $\therefore 1005(-1) + 20011 = 1006$

13.- Se sabe que $|n|$ se lee como "valor absoluto de ene" y se refiere a convertir n en positivo si es negativo, o dejarlo positivo se es positivo. ¿Cuál es el valor máximo que puede tomar

$|a_1 - 1| - |a_2 - 2| + |a_3 - 3| - |a_4 - 4| + |a_5 - 5|$, si $\{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\} = \{1,2,3,4,5\}$

a) 15 a) 12 a) 4 a) 8 a) 10

14.- Hace muchos años existía un rey llamado Elías II, el cual se cansaba de subir tantos escalones que tenía en su reino. Un buen día el rey le dijo a uno de sus arquitectos que le diseñara una escalera en donde no se cansara tanto para subir al trono. Al arquitecto se le ocurrió que si diseñaba una escalera en la cual cada vez que subía un escalón, este era una unidad más largo que el escalón anterior, entonces el rey se cansaría menos. Se quiere tapizar con mosaicos de 1x1 toda una cara lateral, y el arquitecto tiene en su poder 25 de estos mosaicos, ¿cuál es la cantidad máxima de escalones que puede tener la escalera del trono, para que ésta quede totalmente cubierta con esos mosaicos? La siguiente figura ilustra mejor el problema.



a) 3 a) 4 a) 5 a) 7

15.- Oscarito tiene una burbuja muy chistosa, la cual es muy duradera, y se comporta conforme a las siguientes reglas:

1.0 En el segundo 0, la burbuja está sola.

1.1 En el segundo 1, la burbuja explota y se separa en 2 burbujas.

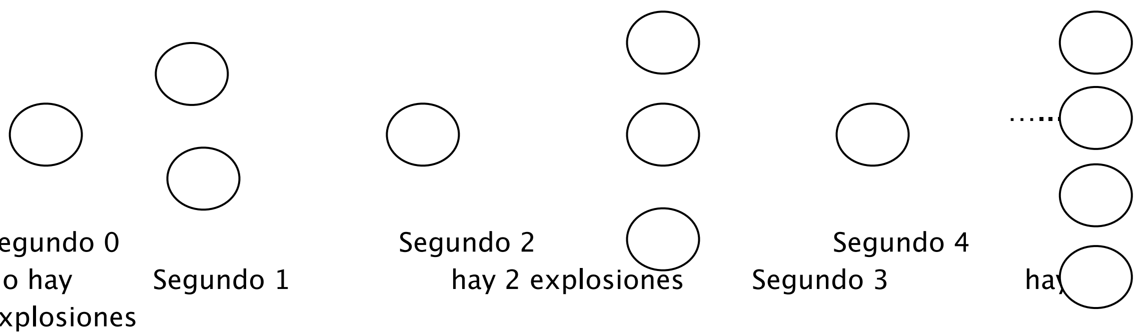
1.2 En el segundo 2, explotan las 2 burbujas, pero colisionan éstas para juntarse de nuevo en una sola.

1.3 En el segundo 3, la burbuja explota y se separa en 3 burbujas.

1.4 En el segundo 4, explotan las tres burbujas, pero colisionan éstas para juntarse de nuevo en una sola.

1.5 En el segundo 5, la burbuja explota y se separa en 4 burbujas.

Las explosiones continúan: juntándose todas las burbujas en una sola, o, si sólo hay una, se separan en una burbuja más que la anterior separación ocurrida.



Segundo 0 Segundo 2 Segundo 4
No hay Segundo 1 hay 2 explosiones Segundo 3 hay
explosiones
explosión hay 1 explosión y queda hay 1 explosión y
queda Segundo 5

y hay y quedan 1 burbuja y quedan 1
burbuja hay 1 explosión
1 burbuja 2 burbujas 3 burbujas y quedan
4
burbujas

¿Cuántas explosiones habrán ocurrido hasta llegar al segundo 25, contando las de éste mismo?

a) 90
a) 103
a) 117
a) 325
a) Ninguna de las anteriores