

Álgebra

Sandra Lilia Castillo Flores

Jueves 21 de Abril del 2011

Operaciones con Polinomios y Productos Notables

Expresión algebraica: combinación de variables y números reales enlazados por una suma, resta, multiplicación, división, potencia o extracción de raíz.

Polinomio: es una suma de la forma $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ en donde n es un entero no negativo y cada coeficiente a_k es un número real. Si $a_n \neq 0$, se dice que el polinomio tiene **grado n** .

Valor Numérico: valor real que se obtiene al asignar valores a las variables de una expresión algebraica.

Términos semejantes: términos que tienen idéntica parte literal afectada por los mismos exponentes

Suma y resta de polinomios: dado que los polinomios representan números reales se pueden aplicar las mismas propiedades que a éstos, es decir, al sumar o restar polinomios el resultado se puede simplificar aplicando propiedades de los números reales. Es importante recordar que sólo se pueden sumar o restar los términos semejantes.

Ejercicios:

1.- Si la expresión $P(x, y) = 3x^5 y^n + mx^{a-2} y^6 + bx^5 y^{b+1}$ se reduce a un monomio de coeficiente 10, encuentra el valor de $m + n + a + b$

2.- Dado $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-4}{x+2}} + 2 - x$, calcule el valor de $f(10) + f(20)$

3.- Si $P(x - 3; y + 1) = x^2 + xy - 2$, encuentra el valor de $P(-1, 4)$

4.- Se sabe que $H(x) = F(x + 2) + G(x - 2)$, además $F(x - 1) = x^2 + 1$ y $G(x + 1) = x^2 - 1$. Calcula el valor de $H(3)$

5.- Dados los polinomios $P(x - 1) = (x + 1)^2$ y $Q(x + 1) = 2(x - 2)$ indica el valor de $P(Q(5))$

6.- Sea P un polinomio tal que $P\left(\frac{x+3}{2}\right) = 4x^n + x^{10} + 2n$; donde la suma de los coeficientes es 15. Encuentra $P\left(-\frac{1}{2}\right)$

7.- Si se sabe que el trinomio $P(x) = (n + 2)x^{n^2+2} + (n - 1)x^2 - n^3 + 1$ es de tercer grado ¿cuánto vale n ?

Productos Notables

Productos Notables: son productos que por la frecuencia en la que aparecen se tienen en forma de regla sin efectuar la multiplicación.

Binomios con término común: $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$
 $(x + a)(x + b)(x + c) = x^3 + (a + b + c)x^2 + (ab + bc + ca)x + abc$

Binomio al cuadrado: $(x \pm y)^2 = x^2 \pm 2xy + y^2$

Identidades de Legendre

$$(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$
$$(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$$

Diferencia de cuadrados: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Trinomio al cuadrado: $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$

Binomio al cubo: $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$
 $= a^3 \pm b^3 \pm 3ab(a \pm b)$

Problemas:

- 1.- Se sabe que $x^2 + 5x = 4$, entonces:
¿Cuál es el valor de $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) - 79$?
- 2.- Calcula el valor de $x^2 - 2x - 1$ si se sabe que $x = \sqrt{3} + 1$
- 3.- Si $x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$ calcula el valor de $x - \frac{1}{x}$
- 4.- Simplifica $\sqrt{(x + 1)(x - 1)(x^2 + 1)} + 1, x \in \mathbb{R}^+$
- 5.- Calcule el valor de $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ si se sabe que $x + y + z = xy + yz + za - 8 = 8$
- 6.- Calcule el valor de $x^3 + 6x$ si se sabe que $x = \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2}$
- 7.- Si $x + \frac{1}{x} = 3$, encuentra el valor de $x^4 + \frac{1}{x^4}$
- 8.- Si $b^x + b^{-x} = \sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$ calcula el valor de $b^{4x} + b^{-4x}$
- 9.- Calcula el valor de $x^2 + x^{-2}$ si $\frac{(x+1)^2 + (x-1)^2}{(x+1)^2 - (x-1)^2} = 3$
- 10.- Calcula el valor de $J = (3333)^2 - (3334)(3332)$
- 11.- Se sabe que $a + b + c = 20$ y $a^2 + b^2 + c^2 = 300$ Calcula el valor de
 $(a + b)^2 + (a + c)^2 + (b + c)^2$