

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

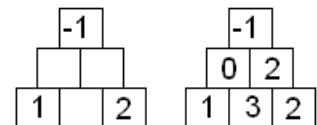
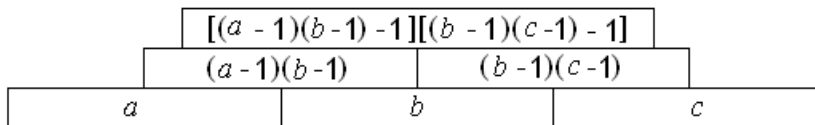
POR: ELÍAS LOYOLA CAMPOS

Objetivo: Emplear la fórmula general y factorización para la solución de ecuaciones cuadráticas.

1. Escribe una ecuación de segundo grado cuyas dos soluciones sean 0.5 y -2.
2. Eugenia resuelve una ecuación de segundo grado de la forma $ax^2 + bx + c = 0$. Las soluciones que ella obtuvo son dos valores cuya diferencia es 2 y cuya suma es 3. Si $a = 8$, da los valores de b y c de la ecuación que ella resolvió.
3. Tenemos la ecuación $x^2 + 8x + n = 0$.
 - a) ¿Cuál debe ser el valor de n para que la ecuación dada tenga solución única (esto es, que las dos soluciones sean iguales)?
 - b) ¿Para qué valores de n la ecuación no tiene como solución a un número real?
4. La ecuación $x^2 + 3kx + 9 = 0$ tiene dos raíces iguales en los números positivos (es decir una única solución y ésta es positiva)
 - a) ¿Cuál debe ser el valor de k para que se cumpla el enunciado?
 - b) ¿Cuál es la solución de la ecuación? Es decir, ¿cuánto vale x ?
5. Pedro le pidió a Miguel que simplificara $x+x+x$, Miguel escribió x^3 como el resultado de la simplificación. Cuando Pedro le reclamó a Miguel, éste dijo que estaba bien el resultado:
 - Mira, si x es cero, ambos resultados coinciden —señaló Miguel.
 - Ahí sí, pero si x fuese 1, entonces los resultados son diferentes —replicó Pedro.

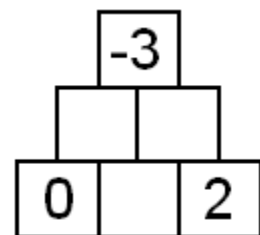
A pesar de esa observación, Miguel dio un ejemplo más de otro número donde coincidía el resultado.

¿Cuál podría ser el valor de ese otro número que dio Miguel, y cuántos valores hay, en total, donde sí se obtiene el mismo resultado?
6. En el siguiente acertijo, se tiene una pirámide de números, de tal manera que en cada cuadro, el número es el resultado de la multiplicación de los dos cuadros que están inmediatamente debajo de él, pero previamente disminuidos cada uno de ellos en una unidad (claro, los números de la base no son multiplicación de otros).



La primera pirámide representaría la simbolización algebraica de la situación. La segunda pirámide es un acertijo para resolver, cuya solución es la tercera pirámide. La pirámide que tú resolverás es la que se encuentra a la derecha, en la siguiente figura.

Si aplicas el álgebra, te darás cuenta que la solución en este caso no es única.



Soluciones

1. Un polinomio de segundo grado se puede factorizar como un producto de dos binomios de primer grado. En el caso de que tenga raíces r_1 y r_2 , dicho producto es $(x - r_1)(x - r_2)$. En el caso que nos ocupa, el producto es $(x - 0.5)(x + 2)$.

Así una ecuación que cumple lo pedido es: $(x - 0.5)(x + 2) = 0$, o en su forma polinomial: $x^2 + 1.5x - 1 = 0$, o su equivalente multiplicada con cualquier factor numérico, por ejemplo por dos $2x^2 + 3x - 2 = 0$

2. Sean x_1 y x_2 las soluciones de la ecuación. Sabemos que

$$x_1 - x_2 = 2$$

$$x_1 + x_2 = 3$$

Al resolver tal sistema obtenemos las soluciones $x_1 = 5/2$, $x_2 = 1/2$.

Una ecuación cuadrática que tiene esas soluciones es $(x - 5/2)(x - 1/2) = 0$, o equivalentemente $x^2 - 3x + 5/4 = 0$. Como se sabe que $a = 8$, basta multiplicar esta ecuación por 8 para obtener la que resolvió Eugenia: $8x^2 - 24x + 10 = 0$. Por tanto, los valores pedidos son $b = -24$ y $c = 10$.

3. a) . Al aplicar la fórmula para la solución de una ecuación general de segundo grado, se

obtiene una solución si el discriminante $(b^2 - 4ac)$ es igual a cero, es decir, si $64 - 4n = 0$, esto es si $n = 16$.

b) Al aplicar la fórmula para la solución de una ecuación general de segundo grado, no se

obtiene una solución real si el discriminante $(b^2 - 4ac)$ es negativo, es decir menor que cero. Así, si $64 - 4n < 0$, entonces $n > 16$.

4. La solución de la ecuación es .

a) Para que la ecuación tenga una única solución es necesario que el discriminante sea igual a cero. Así, $9k^2 - 36 = 0$, Es decir, k puede ser 2 ó -2.

La solución de la ecuación es (pues el discriminante es cero). Pero x será positiva solamente para el valor $k = -2$.

b) Al sustituir el valor de k , donde está la solución, se tiene que $x = 3$.

5. Lo que se está preguntando, es sobre las distintas soluciones que tiene la ecuación

$x + x + x = x^3$, la cual podemos escribirla como $3x = x^3$. Como bien dijo Miguel, si $x = 0$, se tiene una solución de dicha ecuación.

Pero si x no es cero, se pueden dividir ambos términos entre x , y la ecuación queda como $3 = x^2$, la cual tiene otras dos soluciones: $\sqrt{3}$ y $-\sqrt{3}$. En resumen, Miguel pudo haber dado cualquiera de estos otros dos resultados, pero en total sólo hay tres posibilidades donde se obtiene el mismo resultado.

6. Llamemos x al número de la base que no conocemos. Al seguir las reglas que marca el acertijo, podemos calcular los valores correspondientes a las casillas de la segunda fila, incluso podemos escribir la simplificación. Sólo resta aplicar la regla para saber a cuánto es equivalente la casilla superior: $(-x + 1 - 1)(x - 1 - 1) = -3$ que al reducirlo queda $-x(x - 2) = -3$, lo que da lugar a la ecuación de segundo grado $x^2 - 2x - 3 = 0$.

Las soluciones $x_1 = 3$ y $x_2 = -1$ nos dan las dos posibles pirámides:

