



17ª Olimpiada Mexicana de Matemáticas

Concurso Estatal, Aguascalientes

SEMIFINAL
7 de junio de 2003



- 1) Edgar, quien nació el siglo pasado, se dio cuenta que la edad que cumple en este año 2003 es igual a la suma de los dígitos del año de su nacimiento.
 - a) ¿En qué año nació Edgar y cuántos años cumple en 2003?
 - b) ¿Cuál es el menor año de nuestra era donde alguien que cumpla 54 años también tendrá a 54 como la suma de los dígitos del año en que nació? ¿Cuántos años tendrá entonces Edgar (si es que vive)?

- 2) 2003 soldados obedientes hacen una fila, se ponen correctamente su casco y se numeran del 1 al 2003. Después en el frente de su casco pintan el número que les tocó. Entre ellos la orden "cámbiense los k" significa lo siguiente:
 - Aquellos soldados que tengan en su casco un múltiplo de k, deberán dar media vuelta a su casco. (Es decir, si el casco estaba con el número al frente, al ejecutar la orden el número estará en la nuca.)
 - Aquellos soldados que NO tengan en su casco un múltiplo de k, no hacen nada.El oficial les da la siguiente serie de órdenes: "cámbiense los 1", "cámbiense los 2", "cámbiense los 3", y así sucesivamente hasta dar la orden "cámbiense los 2003" (les da 2003 órdenes).

¿Cómo queda el casco del soldado que tiene en su casco el número 210, hacia el frente o hacia atrás? Justifica tu respuesta.

- 3) Demostrar que si los lados de un triángulo pueden ser escritos de la forma: n^2+1 , n^2-1 y $2n$, entonces el triángulo es rectángulo. Demuestra que el inverso no se cumple, es decir, hay triángulos rectángulos cuyos lados no son de la forma n^2+1 , n^2-1 y $2n$.

- 4) Considera la sucesión: $\frac{20}{21}, \frac{20}{22}, \frac{20}{23}, \dots, \frac{20}{2001}, \frac{20}{2002}, \frac{20}{2003}$.

¿Cuántas fracciones, de la sucesión anterior, se pueden simplificar?

(Observación: Se dice que una fracción se puede simplificar si tanto el numerador como el denominador se pueden dividir entre un mismo entero diferente de 1, por ejemplo: $\frac{20}{22}$ se puede simplificar ya que el numerador y el denominador se pueden

dividir entre dos, es decir $\frac{20}{22} = \frac{10}{11}$).

- 5) En la figura que se muestra, el triángulo **XYZ** es equilátero de lado **L** y área **S**. Se toman los puntos **A**, **V** y **M** sobre los lados **XY**, **YZ** y **ZX** respectivamente, de modo que **XM = YA = ZV = $\frac{3}{4}L$** .

Del triángulo **AVM**:

a) Encuentra su área si **S = 16**,

b) Calcula su perímetro si **L = 16**. (nota: la suposición $S = 16$ no se mantiene para este inciso).

