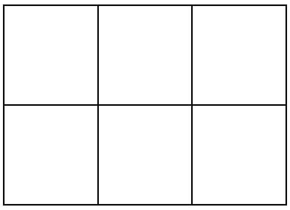
ELIMINATORIA
8 de abril de 2006
ELIMINATORIA

Problema 1. El resultado de la operación: $24+16\div 8-2\times 2$ es:

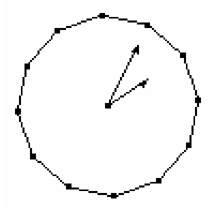
a) 1 b) 10 c) 22 d) 28 e) Ninguna de las anteriores.



Problema 2. En los cuadrados de la izquierda, se deben poner TODOS los números del 1 al 6, de tal forma que la suma de los números de cada columna, sumen lo mismo. ¿De cuántas formas se pueden acomodar los números?

a) 6 b) 12 c) 24 d) 48 e)Ninguna de las anteriores.

Problema 3. En el reloj de la derecha, la aguja que marca las horas se mueve solamente cada hora y la que marca los minutos cada 5 minutos. Si lo vieras en un espejo, ¿que hora verías? (El punto superior representa las 12:00).



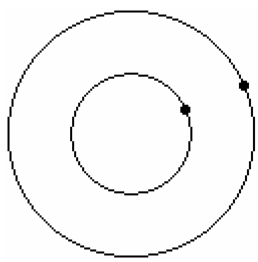
a) 2:05 b) 1:10 c) 10:55 d) 11:50 e) Ninguna de las ante anteriores.

Problema 4. La suma de las cifras del 2006 es 2+0+0+6=8, ¿Cuántos números positivos menores a 2006 hay cuyas cifras sumen 8?

a) Menos de 60 b) Más 59 pero menos de 80
c) Más de 80 pero menos de 100. d) Más de 99 pero menos de 120.
e) Ninguna de las anteriores.

Problema 5. Sabemos que la igualdad $\frac{A}{B}=\frac{C}{3}$ es cierta, sin embargo B no es igual a 3, entonces:

a) B es menor que 3 y A es menor que 3
b) B es mayor que 3 y A es mayor que 3
c) B es mayor que 3 y A es menor que 3
d) B es menor que 3 y A es mayor que 3
e) No se puede saber.

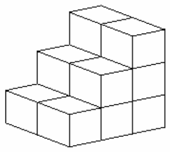


Problema 6. Las circunferencias que se muestran representan dos pistas de carreras y los puntos sobre ellas, dos automóviles. El radio de la pista interior es la mitad de la circunferencia exterior. SABEMOS que los dos automóviles viajan a 200.6 km/h. El automóvil de la pista exterior da 20 vueltas a la pista en 6 horas, ¿cuántas vueltas dará el automóvil de la otra pista en 12 horas?

a) 5 vueltas. b) 10 vueltas. c) 20 vueltas. d) 40 vueltas. e) 80 vueltas.

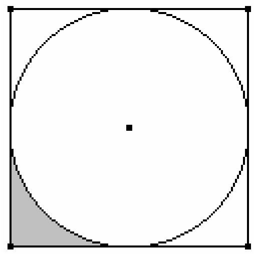
ELIMINATORIA
8 de abril de 2006
ELIMINATORIA

Problema 7. Se quiere hacer una escalera de 10 escalones y mosaicos por TODAS partes, SALVO ABAJO. Se quiere cada escalón con tres mosaicos de ancho. ¿Cuántos mosaicos se necesitan? (En la escalera de la izquierda hay 3 escalones, cada uno de dos mosaicos de ancho).

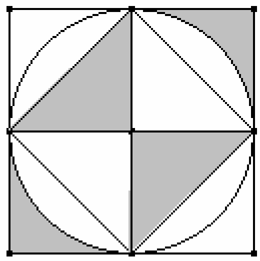


a) 110 b) 140 c) 170 d) 200 e) Ninguna de las anteriores.

Problema 8. En la figura de la derecha el círculo tiene radio 1. El perímetro de la región sombreada es:



a) $\pi + 4$ b) $\frac{\pi}{2} + 2$ c) $1 - \frac{\pi}{4}$ d) $\frac{\pi}{4} + 2$ e) No se puede saber.



Problema 9. ¿Si el círculo de la izquierda es de radio 1, ¿Cuál es el área de la región sombreada?

a) $3 - \frac{\pi}{2}$ b) $3 + \frac{\pi}{2}$ c) $\frac{5 + \pi}{2}$ d) Faltan datos. e) Ninguna de las anteriores.

Problema 10. A un comerciante le entregaron el recibo de agua de su negocio y éste decía:

Consumo:	$4860.00
IVA 15%:	$729.00
Suma total:	$5589.00

El pago por el consumo le pareció exagerado, pues por lo regular él no pagaba más de tres mil pesos mensuales.

En el "Miércoles Ciudadano", el encargado de el área le autorizó que en total pagara $3979, con lo que el comerciante ahorró $1610.

Sabiendo que el pago de IVA (impuesto al valor agregado) es forzoso y, en este caso, del 15%, ¿qué cantidad de "IVA 15%" pusieron en el nuevo recibo?

a) $0.00 b) $487.50 c) $519.00 d) $596.85 e) $729.00

Problema 11. En una caja hay 83 bichos entre cucarachas y ciempiés, si contamos sus patas encontramos que suman 2006, si las cucarachas tienen seis patas, y los ciempiés tienen 32, determina la cantidad de cucarachas.

a) 25 b) 32 c) 58 d) 60 e)No se puede saber

ELIMINATORIA
8 de abril de 2006
ELIMINATORIA

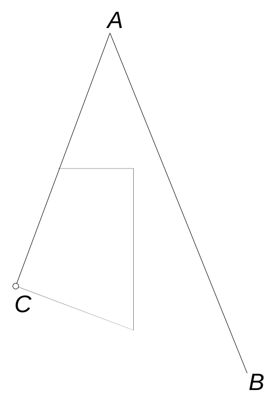
Problema 12. Un pastor contó las patas y las orejas de su rebaño de cabras. Entre patas y orejas ha contado 2006. Si el conteo está bien hecho, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

a) Es imposible obtener ese resultado.
b) Forzosamente hay una cabra sin una oreja.
c) Existe únicamente una cantidad de cabras a partir de la cuál se puede obtener esa cuenta.
d) Forzosamente hay una cabra coja (o sea, sin una pata).
e) Ninguna de las anteriores.

Problema 13. Si sólo tengo monedas de \$2 y de \$5, ¿de cuántas formas se puedo pagar la cantidad de \$2006, de tal manera use a lo más 703 monedas?

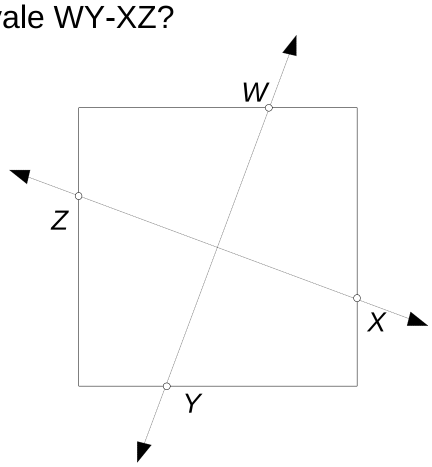
a) 61 b) 71 c) 101 d) 151 e) 301

Problema 14. En la figura, el ángulo *ACB*=90° y *C* es el centro del cuadrado, cuyo lado mide 4cm. ¿Cuánto vale el área sombreada?



a) Depende de la inclinación del triángulo
b) 1 cm^2 c) 4 cm^2 d) 6 cm^2 e) 8 cm^2

Problema 15. En la figura de abajo, dos rectas perpendiculares se intersectan dentro de *ABCD,* que es un cuadrado de lado 4.
¿Cuánto vale WY-XZ?



a) No se puede saber b) 4 c) 16 d) 0 (es decir, son iguales) e) 8

Olimpiada Mexicana de MATEMATICAS

20 Olimpiada Mexicana de MATEMATICAS aguascalientes 2006

SOCIEDAD MATEMATICA MEXICANA

ELIMINATORIA

8 de abril de 2006

ELIMINATORIA

HOJA DE RESPUESTAS

NOMBRE____ACIERTOS

1)	a	b	**c**	d	e
2)	a	b	c	**d**	e
3)	a	b	**c**	d	e
4)	a	b	**c**	d	e
5)	a	b	c	d	**e**
6)	a	b	c	d	**e**
7)	a	b	c	**d**	e
8)	a	**b**	c	d	e
9)	**a**	b	c	d	e
10)	a	b	**c**	d	e
11)	**a**	b	c	d	e
12)	a	b	c	d	**e**
13)	a	b	**c**	d	e
14)	a	b	**c**	d	e
15)	a	b	c	**d**	e

ELIMINATORIA

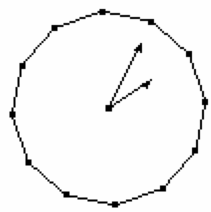
8 de abril de 2006

ELIMINATORIA

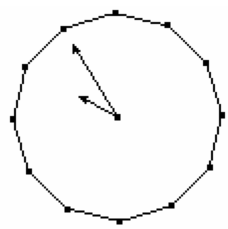
SOLUCIONES

Problema 1. (c) Para resolver este problema sólo basta conocer la jerarquía de las operaciones: $24+16\div 8-2\times 2=24+2-4=22$

Problema 2. (d) Para que se cumplan las condiciones del problema, el 1 debe estar en la misma columna que el 6, el 2 en la misma que 5 y el 3 en la misma del 4. Por lo tanto, sólo basta contar cuantas formas podemos acomodar al 1, 2 y 3 de tal forma que estén en diferente columna. Hay seis formas de acomodarlos en diferente columna, y como en cada columna hay dos lugares donde se puede poner cada número, tenemos que hay $6\cdot 2\cdot 2\cdot 2=48$ formas.



Problema 3. (c) El reloj de la derecha es la imagen en el espejo del reloj de la izquierda, por lo cual la hora es 10:55



Problema 4 ( ). El problema se puede reducir a buscar números de 4 cifras tales que éstas sumen 8 (suponiendo que la primera cifra pueda ser 0). Como deben ser menores a 2006, la primera cifra sólo puede ser 0 ó 1.
Con tres cifras diferentes se pueden formar seis números (abc, acb, bac, bca, cab y cba), pero si hay dos repetidas sólo podemos hacer 3 (aab, aba y baa).
Caso 1: Primera cifra 0. Hay que contar la cantidad de números, de tres cifras, cuya suma sea dé 8, permitiendo que la primera sea 0.
Tres cifras que sumen 8 pueden ser 008, 017, 026, 035, 044, 116, 125, 134, 224 y 233, de los cuales 5 tienen las tres cifras diferentes y 5 tienen una cifra repetida, por lo cual hay 5x3+5x6=45 "números" de cuatro cifras con la primera cifra igual a cero.
Caso 2: Primera cifra 1. Sólo hay que contar la cantidad de números, de tres cifras, cuya suma dé 7, permitiendo que la primera sea 0.
Tres cifras que sumen 7 pueden ser 007, 016, 025, 034, 115, 124, 133 y 223, de los cuales 4 tienen las tres cifras diferentes y 4 tienen una cifra repetida, por lo cual hay 4x3+4x6=36 números de cuatro cifras con la primera cifra igual a uno.
Por lo tanto en total hay 36+45=81 números cuyas cifras suman 8.
Con combinatoria se obtiene más rápido haciendo la siguiente cuenta:

$$\frac{10!}{8!\cdot 2!}+\frac{9!}{7!\cdot 2!}=45+36=81$$

Problema 5. (e) La igualdad $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$, contradice las opciones a), c) y d) y la igualdad $\frac{2}{1}=\frac{6}{3}$ contradice las opciones b), c) y d) por lo tanto, no se puede saber la relación que existe entre A, B, C y el 3.

ELIMINATORIA

Problema 6. (e) Como los automóviles van a la misma velocidad y el perímetro de la circunferencia pequeña es exactamente la mitad de la grande, el automóvil de la pista pequeña da 40 vueltas en seis horas, por lo tanto, en 12 horas da 80 vueltas.

Problema 7. (d) Cada escalón requiere 6 mosaicos, la parte lateral necesita $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=55$ mosaicos y la parte de atrás requiere $3 \cdot 10 = 30$ mosaicos. Por lo cual se requieren $10 \cdot 6 + 2 \cdot 55 + 30 = 200$ mosaicos.

Problema 8. (b) La parte curva de la figura sombreada es un cuarto del perímetro de la circunferencia, por lo cual mide $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$, y cada uno de los lados rectos mide lo mismo que el radio, entonces el perímetro es $2 + \frac{\pi}{2}$

Problema 9. (a) El área de cada triángulo es $\frac{1}{2}$. El área de la región que se encuentra fuera del círculo y dentro del cuadrado grande es $4 - \pi$. Como sólo queremos el área sombreada entre las dos figuras tendríamos $\frac{4-\pi}{2} = 2 - \frac{\pi}{2}$ Por lo tanto el área de la región sombreada es $1 + 2 - \frac{\pi}{2} = 3 - \frac{\pi}{2}$.

Problema 10. (c) Si p es la cantidad a pagar sin IVA, entonces $1.15\text{p} = 3979$ por lo cual $\text{p} = \frac{3979}{1.15} = 3460$, por lo cual la cantidad de IVA es $0.15 \cdot 3460 = 519$.

Problema 11. (a) Si x es la cantidad de cucarachas e y la cantidad de ciempiés obtenemos: $\begin{array}{r} x + y = 83 \\ 6x + 32y = 2006 \end{array}$, multiplicamos por 32 la primera ecuación y luego las restamos: $\begin{array}{r} 32x + 32y = 2656 \\ 6x + 32y = 2006 \\ \hline 26y = 650 \end{array}$, despejando a y obtenemos $y = \frac{650}{26} = 25$.

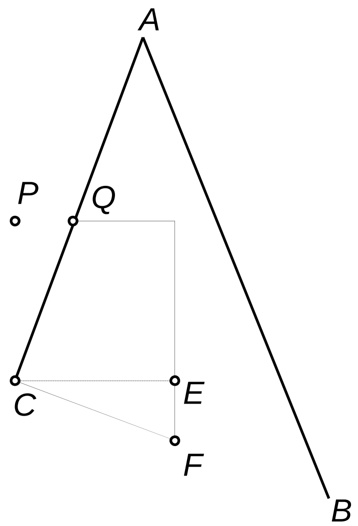
Problema 12. (e) Si el rebaño consta de 330 cabras *normales y sanas*, contando sus patas y orejas obtenemos 1986, así que nos faltan 20 cosas entre patas y orejas. Este restante se puede alcanzar si hay 4 cabras cojas, o bien, si hay 4 cabras sin una oreja. Por lo tanto, las opciones a), b) y d) son falsas. Finalmente, c) es falsa porque el rebaño podría formarse con 333 cabras normales y sanas, más dos (pobres) cabras sin orejas.

ELIMINATORIA

Probema 13. (c) Digamos que usamos *a* monedas de \$2, y *b* monedas de \$5. Llamemos *n* a la cantidad total de monedas usadas (o sea, *n=a+b)* Buscamos los posibles valores de *n*: cuando menos, *n*=403, pues a lo más podemos usar 400 monedas de \$5. Así que *n* debe estar entre 403 y 703. Después, del siguiente sistema de ecuaciones

$$a + b = n$$
$$2a + 5b = 2006$$

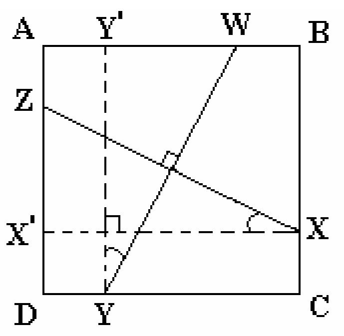
obtenemos que $3b=2006-2n$, así que de los 300 posibles valores para *n* sólo quedan aquellos que sean de la forma $3k+1$. Por lo que *n*=403, 407, 411, … , 703.



Problema 14. (c) Si *P* y *E* son puntos medios en los lados, vemos los triángulos *PCQ* y *ECF* son congruentes, y por lo tanto, tienen áreas iguales.

(La congruencia de estos triángulos se sigue del criterio *ALA* (ángulo, lado, ángulo), ya que *CPQ*=*CEF*=90°, *CP*=*CE*=2cm^2, y como *PCE*=90°=*QCF* entonces los ángulos *PCQ* y *ECF* también son iguales)

Problema 15 (d) Probar que *WY – XZ = 0* se reduce a probar que los triángulos *XX'Z* y *YY'W* son congruentes.



Probar que *WY=XZ* se reduce a probar que los triángulos XX'Z y YY'W son congruentes.
Probaremos esto por el criterio de congruencia ALA: si *X'* y *Y'* son las proyecciones de *X* y *Y* sobre los lados *AD* y *AB* respectivamente, entonces

YY'B=XX'Z=90°,

X'X=Y'Y=AB, y

$X'XZ = Y'YW$