Olimpiada Mexicana de MATEMÁTICAS

Olimpiada Mexicana de Matemáticas 2mil8

SOCIEDAD MATEMATICA MEXICANA

FINAL, 06 de septiembre de 2008
PROBLEMAS

1. Diremos que una colección de números (n, n+1, ..., n+k) es buena si todos sus elementos tienen exactamente cuatro divisores (enteros y positivos).

a) ¿Cuál es la mayor cantidad de elementos que puede tener una colección buena?

b) Encuentra todas las parejas buenas (r, s) tales que r y s sean menores que 1000 y su producto, rs, sea múltiplo de 60.

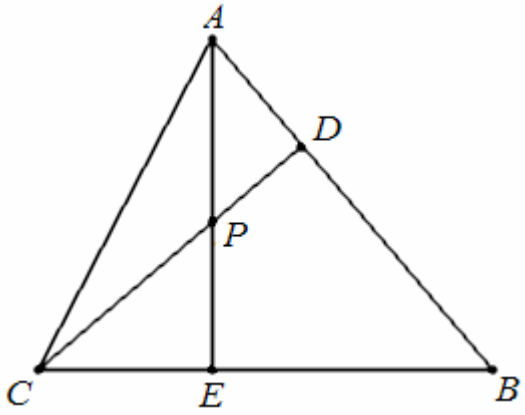
2. Si se escriben los números en forma consecutiva:

12345678910111213141516171819202122232425262728293O…

se puede observar que el número 21 aparece por primera vez en la posición 15, pues al escribir el 12 y el 13 se forma el 21, y por segunda ocasión aparece en la posición 32 al escribir el 21.

¿Cuándo aparece por primera, segunda, tercera, cuarta y quinta vez el 4321?, y ¿qué números se deben escribir para formar el 4321 por primera segunda, tercera, cuarta y quinta ocasión?

3. En la figura que se muestra, AE y CD son alturas del triángulo, además CP = 9, AP = 5 y AD = 4. ¿Cuál es el área del triángulo ABC?



4. Si a, b, c, y d son números reales positivos tales que a + 2b + 2c + 3d = 2008, ¿cuál es el máximo valor que puede tomar el término $ab^2c^2d^3$?